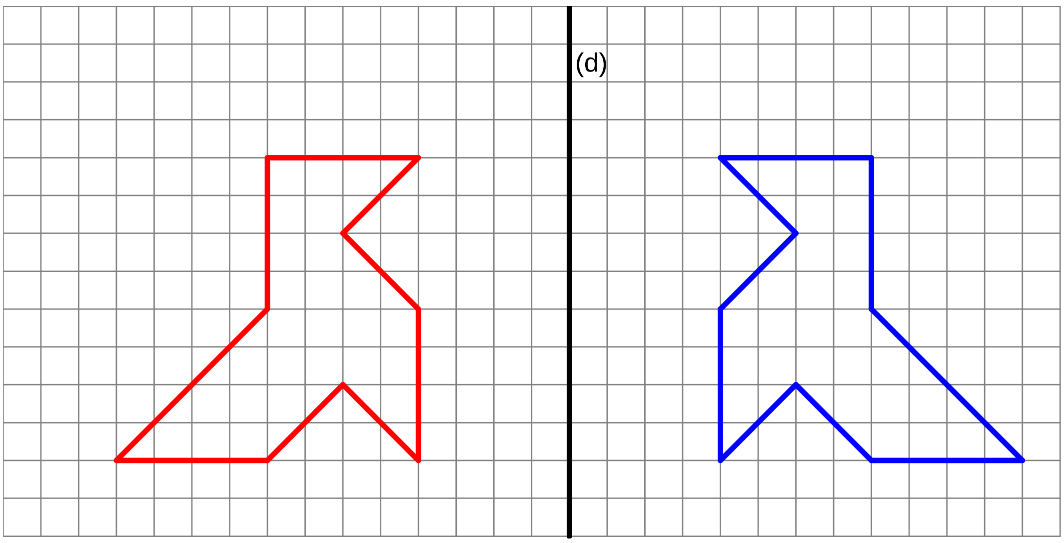
SYMETRIE AXIALE

1) Figures symétriques

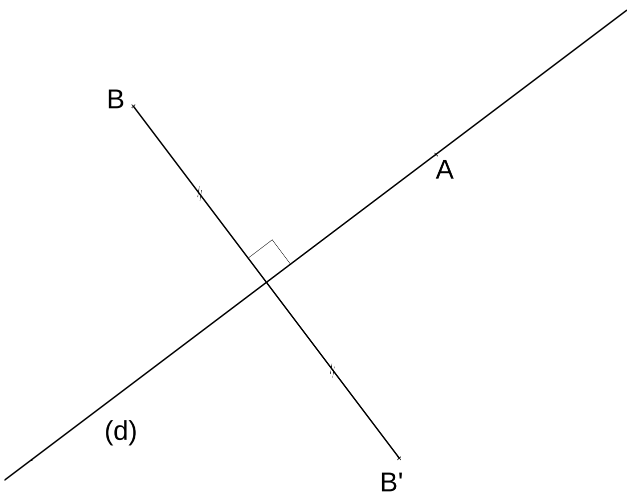
définition
On dit que deux figures sont symétriques par rapport à une droite si en pliant suivant la droite, les deux figures se superposent.

Ci-dessous les figures rouge et bleue sont symétriques par rapport à la droite (d). On dit aussi que la figure bleue est l'image de la figure rouge par la symétrie orthogonale (ou symétrie axiale) par rapport à la droite (d).



2) Symétrique d'un point – Construction

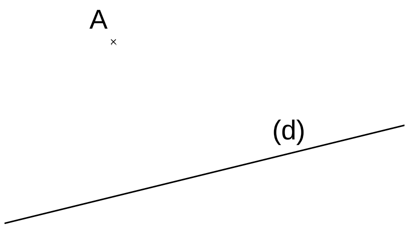
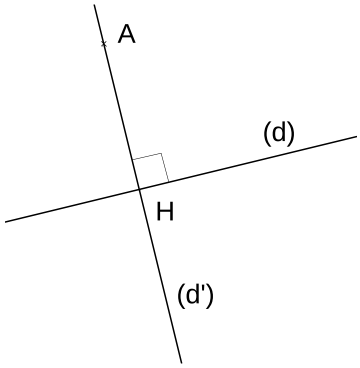
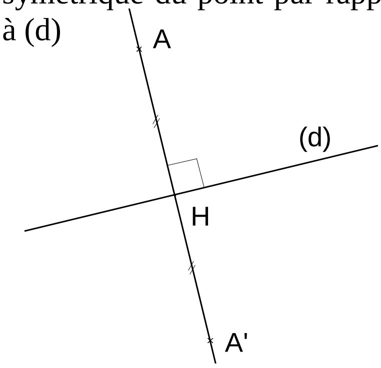
définition
On donne un point A et une droite (d). Deux cas peuvent se présenter :
- si $A \in (d)$, l'image du point A par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (d) est lui-même ;
- si $A \notin (d)$, l'image du point A par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (d) est le point A' tel que (d) soit la médiatrice du segment [AA'].



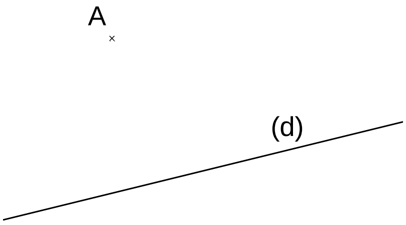
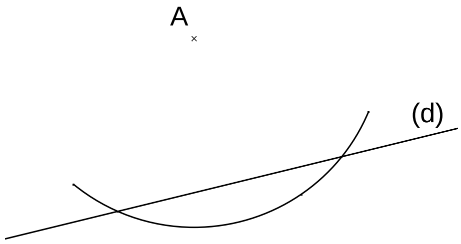
Sur la figure ci-contre :
- A est l'image de A par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (d) ;
- B' est l'image de B par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (d) ;

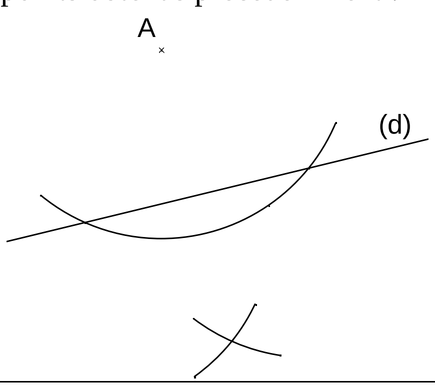
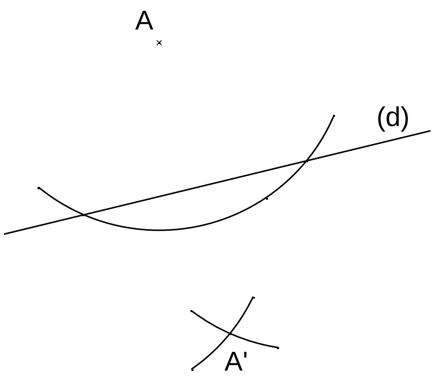
Méthodes de construction

1ère méthode : avec l'équerre et la règle graduée

On souhaite construire l'image du point A par la symétrie orthogonale par rapport à (d) : 	A l'aide de l'équerre, tracer la droite perpendiculaire (d') à (d) passant par A. Cette droite coupe (d) en H : 	Avec la règle graduée, mesurer AH et reporter cette longueur à partir du point H, sur la droite (d') : on obtient le point A', symétrique du point par rapport à (d) 

2ème méthode : avec la règle non graduée et le compas

On souhaite construire l'image du point A par la symétrie orthogonale par rapport à (d) : 	Tracer un arc de cercle centré en A qui coupe la droite (d) en deux points : 

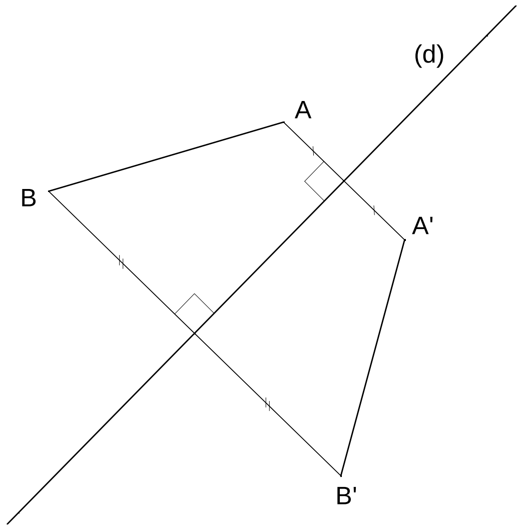
En gardant le même écartement de compas, ou en changeant, tracer deux arcs de cercle centrés aux points obtenus précédemment : 	Le dernier point obtenu A' est le symétrique du point A par rapport à la droite (d) : 

3) Symétrique d'un segment, d'une droite, d'un cercle

a)

L'image d'un segment [AB] par la symétrie orthogonale par rapport à une droite (d) est le segment [A'B'] où :

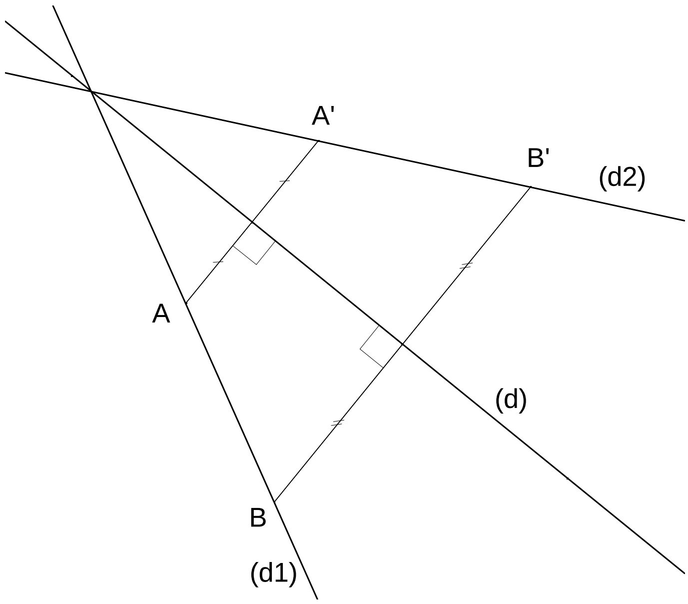
- A' est l'image du point A ;
- B' est l'image du point B.



b)

L'image d'une droite (d_1) par la symétrie orthogonale par rapport à une droite (d) est une droite (d_2) construite de la manière suivante :

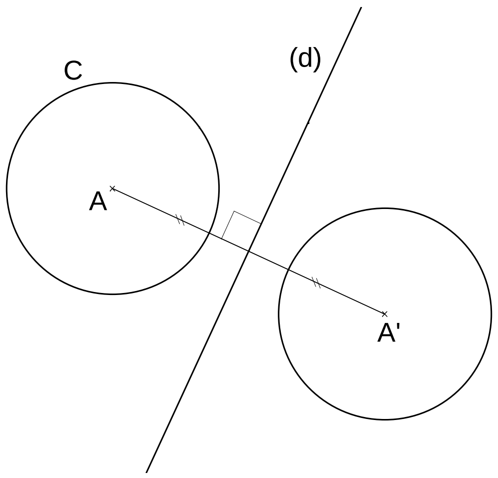
- prendre deux points distincts A et B sur (d) ;
- construire l'image A' du point A par la symétrie orthogonale par rapport à (d) ;
- construire l'image B' du point B par la symétrie orthogonale par rapport à (d) ;
- tracer (A'B') : c'est (d_2).



c)

L'image d'un cercle C de centre A par la symétrie orthogonale par rapport à une droite (d) est le cercle :

- de centre A', image du point A par la symétrie orthogonale par rapport à (d) ;
- de même rayon que C.

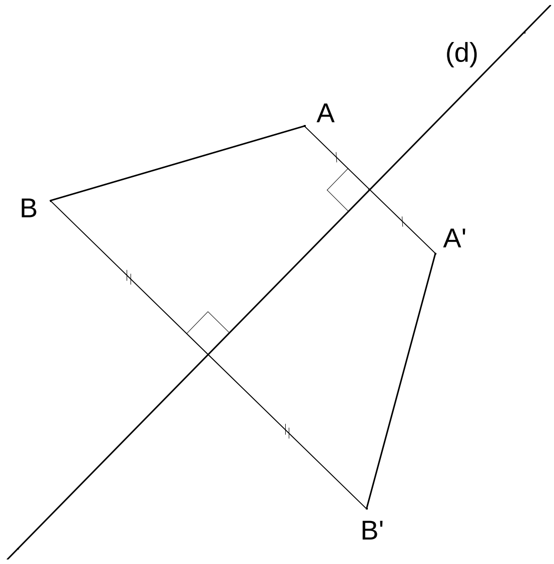


4) Propriétés de la symétrie orthogonale

a)

La symétrie orthogonale conserve les distances.
A et B étant deux points distincts :

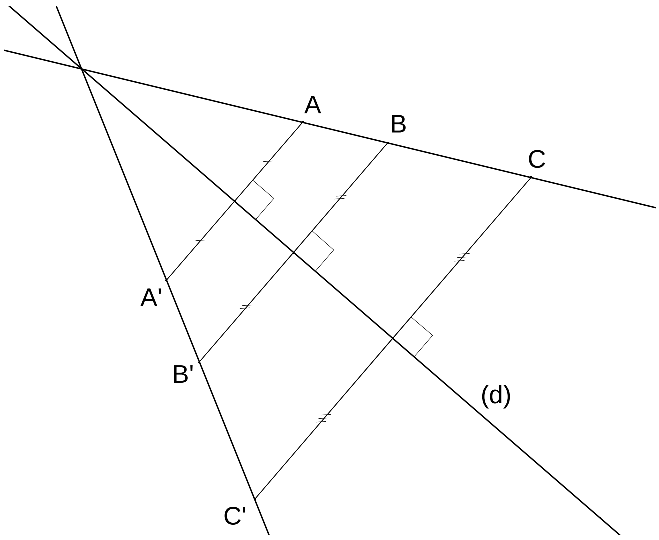
notons A' le symétrique du point A par rapport à (d) et B' le symétrique du point B par rapport à (d).
Alors $A'B' = AB$.



b)

La symétrie orthogonale conserve l'alignement de points.
On considère trois points A, B et C. Notons A' le symétrique de A par rapport à (d), B' le symétrique de B et C' le symétrique de C.

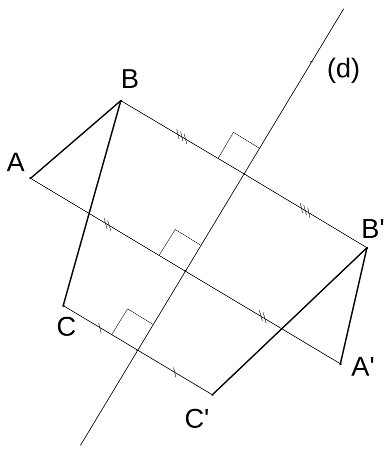
Si A, B et C sont alignés, alors A', B' et C' sont alignés.



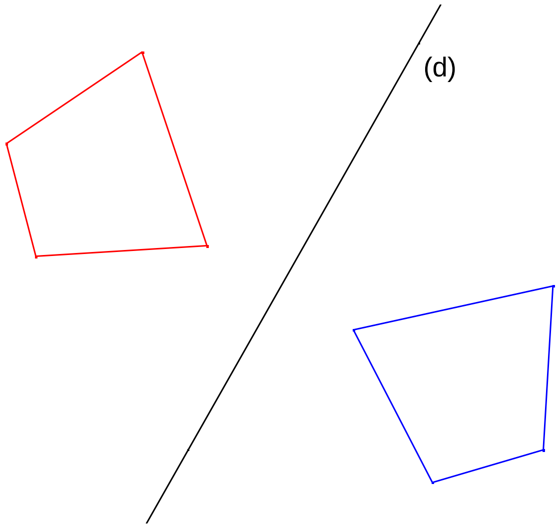
c)

La symétrie orthogonale conserve la mesure des angles.
On considère trois points A, B et C. On note A' le symétrique du point A, B' le symétrique du point B et C' le symétrique du point C.

Alors $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$.



d)



La symétrie orthogonale conserve les aires.

Lorsque deux figures sont symétriques par rapport à un point, elles ont la même aire.

Dans l'exemple ci-contre, la figure rouge et la figure bleue sont symétriques par rapport à la droite (d).

Elles ont la même aire.