

QUOTIENTS

1) Fractions, écritures fractionnaires, écritures décimales

Définition

a et b désignent deux nombres, avec $b \neq 0$. on appelle quotient de a par b , noté $\frac{a}{b}$, le nombre qui multiplié par b donne a . On a donc $\frac{a}{b} \times b = a$.

Une fraction est le quotient de deux nombres entiers.

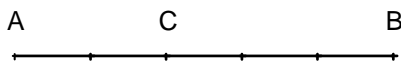
$\frac{52}{5}$ est une fraction. 52 est le numérateur, 5 est le dénominateur. Pour obtenir une écriture décimale correspondant à cette fraction, on effectue la division $52 : 5$

$$\begin{array}{r} 5 \quad 2 \\ 0 \quad 2 \\ \quad 2 \quad 0 \\ \quad \quad 0 \end{array} \left| \begin{array}{r} 5 \\ 1 \quad 0, \quad 4 \end{array} \right.$$

On a donc $\frac{52}{5} = 10,4$. 10,4 est une écriture décimale de $\frac{52}{5}$. $\frac{52}{5}$ est une écriture fractionnaire de 10,4. $\frac{52}{5}$ se lit "cinquante-deux cinquième". C'est un nombre. Lorsqu'on le multiplie par 5, on obtient 52 : $\frac{52}{5} \times 5 = 52$.

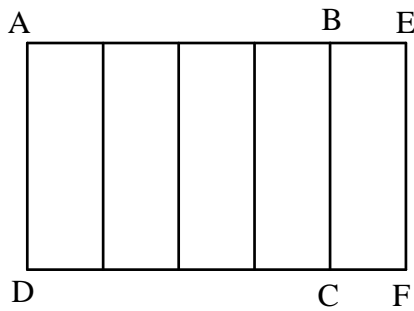
2) Représenter la fraction d'un segment, d'une surface...

- Pour représenter les $\frac{2}{5}$ d'un segment, on peut diviser ce segment en 5 parties égales et en prendre deux parties :



La longueur AC représente les $\frac{2}{5}$ de la longueur AB.

- Pour représenter les $\frac{5}{4}$ d'un rectangle, on peut diviser ce rectangle en 4 parties égales et on en représente 5 parties :



$\frac{5}{4}$ de la surface du rectangle ABCD est représentée par la surface du rectangle AEFD.

3) Quotients égaux

Règle

Deux quotients sont égaux si l'on passe de l'un à l'autre en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre, différent de 0.

$$\begin{array}{ccc} : 3 & & \times 4 \\ \begin{array}{c} \downarrow \\ \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \\ \uparrow \\ : 3 \end{array} & & \begin{array}{c} \downarrow \\ \frac{6}{15} = \frac{24}{60} \\ \uparrow \\ \times 4 \end{array} \end{array}$$

Application

Simplifier une fraction, c'est trouver une autre fraction qui lui est égale, mais avec des nombres plus petits et sans virgule : on cherche donc à diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

Simplifier $\frac{30}{42}$. 30 et 42 sont deux nombres divisibles par 2. On obtiens alors : $\frac{30}{42} = \frac{15}{21}$. 15 et 21 étant

divisibles par 3, on obtient : $\frac{180}{135} = \frac{5}{7}$.

4) Critères de divisibilité

Un nombre entier est divisible par 2 s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre entier est divisible par 3 si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 3.

Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.

Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

Un nombre est divisible par 9 si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 9.

Exemples

148 est divisible par 2 car son dernier chiffre est 8.

635 est divisible par 5 car son dernier chiffre est 5

1 272 est divisible par 3 car $1 + 2 + 7 + 2 = 12$ est divisible par 3.

5 236 est divisible par 4 car le nombre formé par ses deux derniers chiffres, c'est-à-dire 36, est divisible par 4.

6 273 est divisible par 9 car $6 + 2 + 7 + 3 = 18$ est divisible par 9.

5) Calculer la fraction d'un nombre

Calculer la fraction d'un nombre, c'est multiplier cette fraction par le nombre.

Exemple Calculer $\frac{3}{4}$ de 160.

Méthode 1 :

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} \times 160 &= \frac{3 \times 160}{4} \\ &= \frac{480}{4} \quad (\text{on effectue d'abord la multiplication par 3}) \\ &= 120 \quad (\text{on effectue ensuite la division par 4})\end{aligned}$$

Méthode 2 :

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} \times 160 &= 3 \times \frac{160}{4} \\ &= 3 \times 40 \quad (\text{on effectue d'abord la division par 4}) \\ &= 120 \quad (\text{on effectue ensuite la multiplication par 3})\end{aligned}$$

Cette méthode est possible car $\frac{160}{4}$ "tombe juste".

Méthode 3 :

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} \times 160 &= 0,75 \times 160 \quad (\text{on calcule d'abord le nombre décimal correspondant à } \frac{3}{4}) \\ &= 120 \quad (\text{on effectue ensuite la multiplication par 160}).\end{aligned}$$

6) Valeur approchée d'un quotient, demi-droite graduée

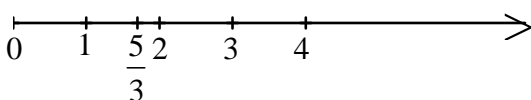
On peut placer un nombre sous forme fractionnaire sur une demi-droite graduée.

Exemples

Placer le nombre $\frac{5}{3}$ sur une demi-droite graduée.

Le choix de la graduation de la demi-droite a une importance. Si l'unité choisie est le centimètre, il est nécessaire de calculer une valeur approchée de la fraction $\frac{5}{3}$ pour placer ce nombre sur la demi-droite graduée :

$\frac{5}{3} \approx 1,7$. L'emplacement sur la demi-droite graduée est alors approximatif :



Si l'on choisit l'unité suivante : 3 cm pour une unité, alors 1 cm correspond à $\frac{1}{3}$ d'unité et il est alors très simple de placer $\frac{5}{3}$:

