

NOMBRES EN ECRITURE FRACTIONNAIRE : MULTIPLICATION DIVISION PAR UN DECIMAL

1) Un peu de vocabulaire

Définition

Si a et b sont deux nombres relatifs avec $b \neq 0$, le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b donne a . On note ce quotient $\frac{a}{b}$. On a alors la relation fondamentale suivante : $\frac{a}{b} \times b = a$

Exemple

Le quotient de 65,2 par 25 est noté $\frac{65,2}{25}$. C'est le nombre qui multiplié par 25 donne 65,2 :

$$\frac{65,2}{25} \times 25 = 65,2.$$

$\frac{65,2}{25}$ est une écriture fractionnaire. 65,2 est le numérateur, 25 est le dénominateur. Si le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers, on dit qu'il s'agit d'une fraction.

Pour obtenir une écriture décimale correspondant à un nombre écrit sous forme fractionnaire, il suffit de diviser le numérateur par le dénominateur.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 6 & 5, & 2 \\
 - & 5 & 0 \\
 \hline
 1 & 5 & 2 \\
 - & 1 & 5 & 0 \\
 \hline
 & 2 & 0 \\
 - & & 0 \\
 \hline
 & 2 & 0 & 0 \\
 - & & 2 & 0 & 0 \\
 \hline
 & & & 0
 \end{array}
 &
 \left| \begin{array}{r}
 2 & 5 \\
 \hline
 2, & 6 & 0 & 8
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

65,2 est le dividende, 25 est le diviseur, 2,608 est le quotient et 0 est le reste.

2,608 est l'écriture décimale de $\frac{65,2}{25}$.

Remarque :

Il existe des nombres écrits sous forme fractionnaire dont il est impossible de donner une valeur décimale exacte, par exemple $\frac{46}{7}$ (la division ne "s'arrête" jamais).

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 4 & 6 \\
 - & 4 & 2 \\
 \hline
 & 4 & 0 \\
 - & 3 & 5 \\
 \hline
 & 5 & 0 \\
 - & 4 & 9 \\
 \hline
 & 1
 \end{array}
 &
 \left| \begin{array}{r}
 7 \\
 \hline
 6, & 5 & 7
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

6,57 est plus proche de 6,6 que de 6,5. 6,6 est l'arrondi au dixième de $\frac{46}{7}$. La troncature au dixième de $\frac{46}{7}$ est 6,5 (pour la troncature, on ne se préoccupe pas des chiffres situés après le 5).
 $6,5 < 6,57 < 6,6$

6,5 est une valeur approchée par défaut au dixième de $\frac{46}{7}$.

6,6 est une valeur approchée par excès au dixième de $\frac{46}{7}$.

Propriété

On ne change pas la valeur d'un nombre écrit sous forme fractionnaire en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre différent de zéro.

Exemple

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

2) Division par un nombre décimal

Règle 1

Pour diviser un nombre par un nombre décimal, on commence par multiplier le diviseur et le dividende par 10, 100, 1000... pour se ramener au cas où le diviseur est entier.

Exemple

Effectuer la division 6,52 : 2,5. On multiplie le dividende et le diviseur par 10 :

$$\begin{array}{r} 6,52 : 2,5 \\ \times 10 \quad \boxed{6,52 : 2,5} \quad \times 10 \\ \hline \rightarrow 65,2 : 25 \quad \leftarrow \end{array}$$

donc $6,52 : 2,5 = 65,2 : 25 = 2,608$ (voir paragraphe 1)

$$\begin{array}{r} 6,52 : 2,5 \\ \times 10 \quad \boxed{6,52} \downarrow \\ \hline 2,5 \quad \boxed{25} \uparrow \\ \hline \end{array}$$

En utilisant l'écriture fractionnaire, on a : $\frac{6,52}{2,5} = \frac{65,2}{25} = 2,608$

3) Simplifier une fraction

Simplifier une fraction, c'est trouver une autre fraction qui lui est égale, mais avec des nombres plus petits et sans virgule : on cherche donc à diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

Simplifier $\frac{180}{135}$. 180 et 135 sont deux nombres divisibles par 9. On obtiens alors : $\frac{180}{135} = \frac{20}{15}$. 20 et 15 étant divisibles par 5, on obtient : $\frac{180}{135} = \frac{4}{3}$.

4) Multiplication

Règle 2

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Autrement dit, si a, b, c et d sont des nombres avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$, on a :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Exemple

$$\frac{7}{3,2} \times \frac{5,1}{4} = \frac{7 \times 5,1}{3,2 \times 4} = \frac{35,7}{12,8}.$$

Règle 3

Pour multiplier une fraction par un nombre, seul le numérateur est multiplié par ce nombre. Autrement dit, si a, b , et c sont des nombres avec $b \neq 0$, on a : $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$.

Exemple

$$\frac{7}{5} \times 4,3 = \frac{7 \times 4,3}{5} = \frac{30,1}{5}$$

Autre exemple

Calculer $\frac{14}{3} \times \frac{9}{35}$ et donner le résultat sous forme de fraction la plus simple possible

1^{ère} méthode :

$$\begin{aligned} \frac{14}{3} \times \frac{9}{35} &= \frac{14 \times 9}{3 \times 35} \\ &= \frac{126}{105} \\ &= \frac{42}{35} \text{ (simplification par 3)} \\ &= \frac{6}{5} \text{ (simplification par 7)} \end{aligned}$$

2^{ème} méthode :

$$\begin{aligned} \frac{14}{3} \times \frac{9}{35} &= \frac{14 \times 9}{3 \times 35} \\ &= \frac{\cancel{14} \times 2 \times \cancel{3} \times 3}{\cancel{3} \times 5 \times \cancel{14}} \\ &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$