CALCUL LITTERAL

1) Priorité des opérations

Calcul avec parenthèses

Lorsqu'un calcul comporte des parenthèses, on commence par calculer les expressions entre parenthèses, en commençant par les parenthèses les plus intérieures.

exemples

$3\times(6-8)=3\times(-2)=-6$

$(10-7)\times(2-3)=3\times(-1)=-3$

Calcul avec parenthèses

Lorsqu'un calcul ne comporte pas de parenthèses, on commence par effectuer les puissances, puis les multiplications et divisions, et enfin les additions et soustractions. Si deux opérations ont le même niveau de priorité, on effectue les calculs de gauche à droite.

exemples

$5+3^2-4\times7=5+9-4\times7$ (on commence par la puissance)

$=5+9-28$ (on calcule les multiplications et divisions)

$=14-28$ (addition et soustraction ont le même niveau de priorité donc on effectue

$=-14$ les calculs de gauche à droite).

$4\times(6-3)^3-10:2=4\times3^3-10:2$ (on commence par le calcul de ce qui est entre parenthèses)

$=4\times27-10:2$ (on calcule la puissance)

$=108-5$ (on effectue multiplications et divisions)

$=103$ (on effectue la soustraction).

2) Expression littérales

a – substituer des valeurs numériques à des variables

Une expression littérale est une expression où figurent des lettres, par exemple $2x^2-3x+5$. x est une variable. On peut calculer une expression en donnant des valeurs numériques à x.

exemples

calculer l'expression précédente pour $x=3$ et $x=-1$

pour $x=3$:

$2\times3^2-3\times3+5=2\times9-3\times3+5$

$=18-9+5$

$=14$

pour $x = -1$:

$$\begin{aligned}2\times(-1)^2 - 3\times(-1) + 5 &= 2\times 1 - 3\times(-1) + 5\\ &= 2 - (-3) + 5\\ &= 2 + 3 + 5\\ &= 10\end{aligned}$$

b – somme et produit

Règle

Si on calcule la valeur d'une expression littérale en aux variables des valeurs numériques, alors deux cas peuvent se présenter :

ou bien la dernière opération effectuée est une addition ou une soustraction et dans ce cas l'expression littérale est une somme ;

ou bien la dernière opération effectuée est une multiplication ou une division et dans ce cas l'expression littérale est un produit.

exemples

$2(x-3)+7$ est une somme car la dernière opération effectuée est une addition

$(3x+2)\times(1-2x)$ est un produit car la dernière opération effectuée est une multiplication.

3) Développer et réduire une expression

a – Suppression des parenthèses dans une somme

propriété 1

Dans une somme, on peut supprimer les parenthèses, en respectant les règles suivantes :

- si les parenthèses sont précédées d'un signe +, on ne change pas les signes à l'intérieur des parenthèses ;
- si les parenthèses sont précédées d'un signe $-$, on change les signes à l'intérieur des parenthèses.

exemples

$2+(x-3) = 2+x-3 = x+2-3 = x-1$

$7-(3+x) = 7-3-x = 4-x$

$2x-(8-x) = 2x-8+x = 2x+x-8 = 3x-8$

$5-(3-(x+4)) = 5-(3-x-4) = 5-(3-4-x) = 5-(-1-x) = 5+1+x = 6+x$

b – Suppression des parenthèses dans un produit

propriété 2 (révision de 5ème)
Si a, b, k désignent des nombres relatifs, on a :
$k\times(a+b)=k\times a+k\times b$
$k\times(a-b)=k\times a-k\times b$

Ces formules permettent de réduire une expression :

$$\begin{aligned}5x-3x&=x\times 5-x\times 3\\&=x\times(5-3)\\&=x\times 2\\&=2x\end{aligned}$$

propriété 3
Si a, b, c, d désignent des nombres relatifs, on a : $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

preuve

$(a+b)\times(c+d)=(a+b)\times c+(a+b)\times d$ (on utilise $K\times(A+B)=K\times A+K\times B$ avec $K=a+b$, $A=c$ et $B=d$)

$$\begin{aligned}&=c\times(a+b)+d\times(a+b)\\&=c\times a+c\times b+d\times a+d\times b\end{aligned}$$ (on utilise à nouveau la propriété 2)

$$\begin{aligned}&=ac+bc+ad+bd\\&=ac+ad+bc+bd\end{aligned}$$

exemples

$$\begin{aligned}(x+3)(x+7)&=x\times x+x\times 7+3\times x+3\times 7\\&=x^2+7x+3x+21\\&=x^2+10x+21\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2(2x+7)-3(x-6)&=\left(2\times 2x+2\times 7\right)-\left(3\times x-3\times 6\right)\\&=\left(4x+14\right)-\left(3x-18\right)\\&=4x+14-3x+18\\&=4x-3x+14+18\\&=x+32\end{aligned}$$

4) Exemple de résolution d'un problème

Enoncé : en augmentant la longueur des côtés d'un carré de 4cm, l'aire du carré augmente de 56 cm^2 .Quelle est la mesure du côté du carré initial ?

Solution :
Appelons x la mesure du côté initial.
Mesure du côté du carré initial : x
Mesure du côté du carré final : $x+4$

Aire du carré initial : $x \times x = x^2$
Aire du carré final : $(x+4)\times(x+4) = x\times x + x\times 4 + 4\times x + 4\times 4 = x^2 + 4x + 4x + 16 = x^2 + 8x + 16$

Mise en équation : $x^2 + 8x + 16 = x^2 + 56$

Résolution de l'équation :

$x^2 + 8x + 16 - x^2 = x^2 + 56 - x^2$

$8x + 16 = 56$

$8x + 16 - 16 = 56 - 16$

$8x = 40$

$\frac{8x}{8} = \frac{40}{8}$

$x = 5$

Vérification :
Aire du carré initial : 25 cm^2.
Aire du carré final : 81 cm^2.
L'aire a bien augmenté de 56 cm^2.

Le côté du carré initial mesure donc 5 cm.