# SYSTEMES D'EQUATIONS

## 1) Résolution d'un système de deux équations à deux inconnues

***Définition***

Un système de deux équations à deux inconnues est constitué de deux égalités contenant chacune deux inconnues, souvent notées *x* et *y*. Une solution d'un système est donc constituée de deux nombres (une valeur pour *x* et une valeur pour *y*), tels que les égalités soient vérifiées.

***Exemple***

Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 3x+2y=4 \\ -2x+y=-5 \end{cases}$

C'est un système de deux équations à deux inconnues : *x* et *y*.

Résolution par substitution :

Elle consiste à isoler une inconnue à l'aide d'une des deux équations. par exemple, en utilisant la 2ème équation, on a : $y=2x-5$.

On remplace alors *y* par $2x-5$ dans la 1ère équation :

$3x+2(2x-5)=4$

$3x+4x-10=4$

$7x-10=4$

$7x=4+10$

$7x=14$

$x=\frac{14}{7}$

$x=2$

On remplace *x* par 2 dans la 1ère équation :

$3\times2+2y=4$

$6+2y=4$

$2y=-2$

$y=\frac{-2}{2}$

$y=-1$

Vérification :

$3\times2+2\times(-1)=6-2=4$

$-2\times2+(-1)=-4-1=-5$

Conclusion : le couple $(2\,;-1)$ est la seule solution du système.

Résolution par combinaison :
Elle consiste à faire apparaître le même nombre de *x* (ou de *y*) dans les deux équations. Ici, on peut par exemple multiplier la 2ème équation par 2 :

$\begin{cases} 3x+2y=4 \\ -2x+y=-5 \quad (\times 2) \end{cases}$ devient $\begin{cases} 3x+2y=4 \\ -4x+2y=-10 \end{cases}$

On soustrait membre à membre les deux égalités pour faire "disparaître" les *y* :

$(3x+2y)-(-4x+2y)=4-(-10)$

$3x+2y+4x-2y=14$

$7x=14$

$x=\dfrac{14}{7}$

$x=2$

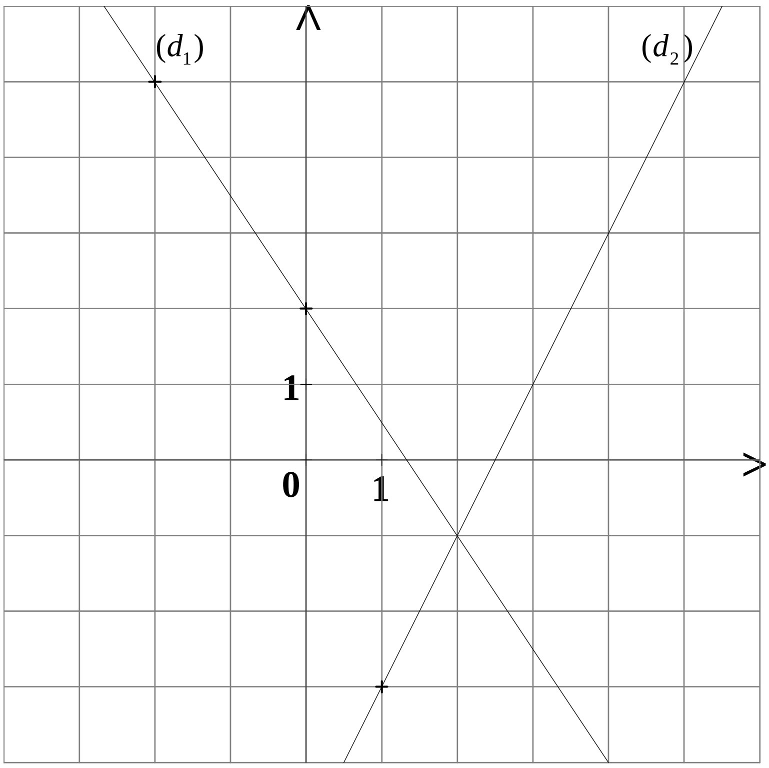
On remplace *x* par 2 dans la 1ère équation et on conclut de la même manière que l'autre méthode.

Interprétation graphique :

$3x+2y=4$ s'écrit aussi $y=-\dfrac{3}{2}x+2$. sous cette forme, on reconnaît l'équation d'une droite $(d_1)$, représentation graphique de la fonction affine $f: x \mapsto -\dfrac{3}{2}x+2$. De même, $-2x+y=-5$ s'écrit aussi $y=2x-5$, qui est l'équation de la droite $(d_2)$, représentation graphique de la fonction affine $g: x \mapsto 2x-5$.

$(d_1)$ passe par les points de coordonnées $(0\,;2)$ et $(-2\,;5)$.

$(d_2)$ passe par les points de coordonnées $(0\,;-5)$ et $(1\,;-3)$.




La solution du système est constituée des coordonnées du point d'intersection des deux droites : $(2\,;-1)$.

## 2) Exemple de résolution d'un problème

Enoncé : Pour classer des photos, un magasin propose deux types de rangement : des albums ou des boîtes. Léa achète 6 boîtes et 5 albums et paie 57 €. Hugo achète 3 boîtes et 7 albums et paie 55,50 €. Quel est le prix d'une boîte ? Quel est le prix d'un album ?

Etape 1 : choix des inconnues
Appelons $x$ le prix d'une boîte et $y$ le prix d'un album.

Etape 2 : mise en équations
Traduction de la première phrase : $6x+5y=57$.
Traduction de la deuxième phrase : $3x+7y=55,5$

Etape 3 : Résolution du système $\begin{cases} 6x+5y=57 \\ 3x+7y=55,5 \end{cases}$

En multipliant la deuxième équation par 2, on obtient le système : $\begin{cases} 6x+5y=57 \\ 6x+14y=111 \end{cases}$.

On soustrait membre à membre les deux égalités :

$(6x+5y)-(6x+14y)=57-111$

$6x+5y-6x-14y=-54$

$-9y=-54$

$y=\dfrac{-54}{-9}$

$y=6$

On remplace $y$ par 6 dans la première équation :

$6x+5\times 6=57$

$6x+30=57$

$6x=57-30$

$6x=27$

$x=\dfrac{27}{6}$

$x=4,5$

Vérification :

$6\times 4,5+5\times 6=57$

$3\times 4,5+7\times 6=55,5$

Conclusion : $(4,5;6)$ est la seule solution du système.

Etape 4 : Retour au problème posé
Une boîte coûte 4,5 € et un album coûte 6 €.