



Mathématiques

Terminale ST2S

Devoirs 1 à 6

Rédaction

Philippe Bardy
Jean-Philippe Baurens

Ce cours a été rédigé et publié dans le cadre de l'activité du Centre National d'Enseignement à Distance, Site de Rennes. Toute autre utilisation, notamment à but lucratif, est interdite.

Les cours du CNED sont strictement réservés à l'usage privé de leurs destinataires et ne sont pas destinés à une utilisation collective. Les personnes qui s'en serviraient pour d'autres usages, qui en feraient une reproduction intégrale ou partielle, une traduction sans le consentement du CNED, s'exposeraient à des poursuites judiciaires et aux sanctions pénales prévues par le Code de la propriété intellectuelle. Les reproductions par reprographie de livres et de périodiques protégés contenues dans cet ouvrage sont effectuées par le CNED avec l'autorisation du Centre français d'exploitation du droit de copie (20, rue des Grands Augustins, 75006 Paris).

Imprimé au CNED - Site de Rennes 7 rue du Clos Courtel 35050 Rennes Cedex 9

Devoirs

► **1 à 6**

Devoir 1

à envoyer à la correction

Pour nous adresser votre devoir :

- Privilégiez la forme numérique pour le réaliser : connectez-vous à votre site de formation ***www.cned.fr*** > ***espace inscrit*** et suivez nos conseils pratiques pour déposer votre devoir et le faire corriger par internet.

Nous vous encourageons à utiliser de préférence ce mode de transmission des devoirs.

- Pour utiliser la voie postale, vous devez avoir reçu un jeu d'étiquettes code à barres. Identifiez votre copie à l'aide de l'étiquette correspondant à la matière et au numéro de devoir.

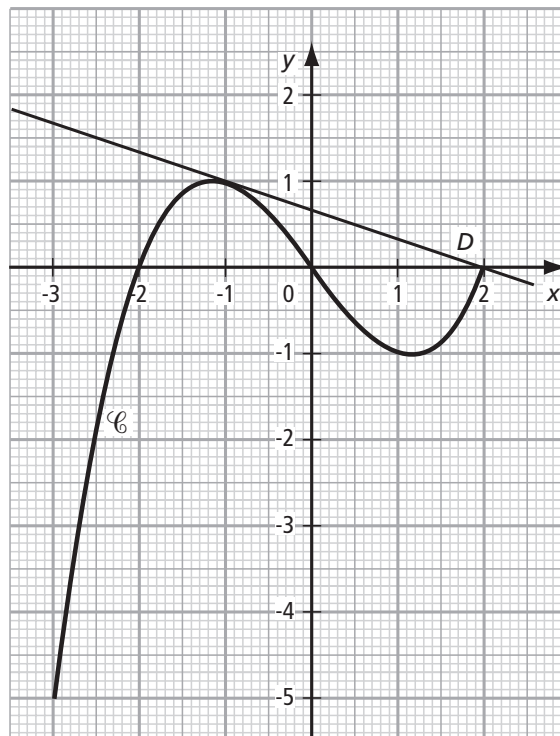
Important

- La saisie informatisée des devoirs ne permet aucune erreur de code.
- Veuillez réaliser ce devoir après avoir étudié la **séquence 1**.

Exercice 1 (4 points)

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[-3 ; 2]$ dont la courbe représentative est la courbe $\mathcal{C}$ dessinée ci-dessous.

- 1 Liregraphiquement $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$, $f(-3)$.
- 2 Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0,5$? Déterminer ces solutions au dixième près.
- 3 La droite D est tangente à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse -1 . Déterminer graphiquement $f'(-1)$. Donner graphiquement la position de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport à sa tangente D .
- 4 Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$.

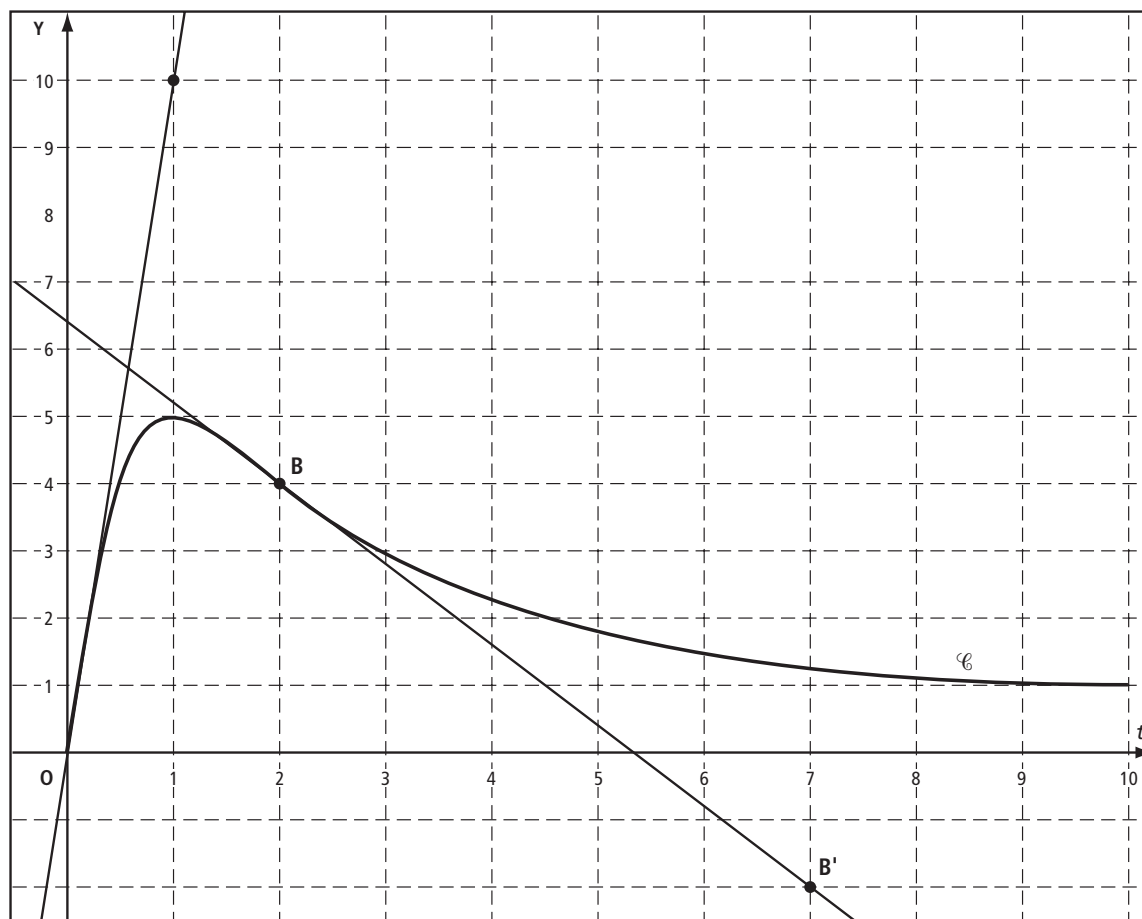


Exercice 2 (5 points)

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la quantité en mg d'un médicament en fonction du temps en heure après injection dans le sang.

On note $f(t)$ cette quantité à l'instant t et $\mathcal{C}$ sa représentation graphique. On suppose f définie et dérivable sur $[0 ; 10]$.

Les droites (OA) et (BB') sont les tangentes à $\mathcal{C}$ respectivement en O et en B.



- ❶ Lire graphiquement le tableau de variation de la fonction f sur $[0 ; 10]$ et le faire apparaître sur votre feuille.
- ❷ Quelle est la quantité maximale atteinte par f ? À quel instant observe-t-on ce maximum ?
- ❸ La droite (OA) est tangente à la courbe de la fonction f à l'origine.
À partir d'une lecture graphique, donner la valeur de $f'(0)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .
Que représente $f'(0)$ pour le médicament injecté, en précisant l'unité.
- ❹ De même, déterminer graphiquement le nombre dérivé $f'(2)$.

- ⑤ Le médicament est efficace à partir de 2 mg. Déterminer graphiquement, à 0,1 près, l'instant à partir duquel le médicament commence à être efficace et celui à partir duquel il cesse de l'être. En déduire sa durée d'efficacité en minutes.

À quel instant faudrait-il refaire une injection du médicament afin d'assurer la continuité de son efficacité ?

Exercice 3 (7 points)

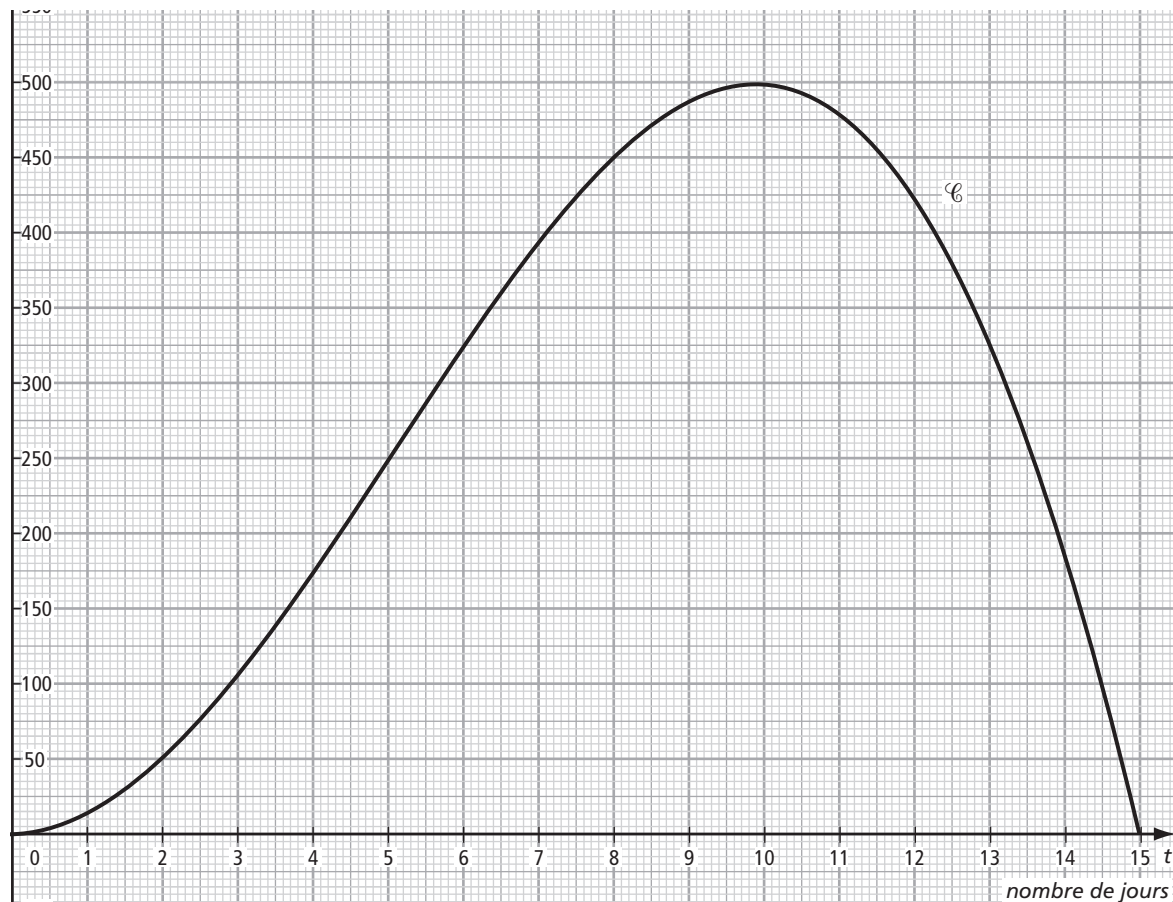
Partie A.

Une épidémie a frappé les habitants d'une ville.

La courbe ci-dessous, notée $\mathcal{C}$, représente le nombre de personnes malades en fonction du temps t exprimé en jours dans la ville.

Pour les quatre questions suivantes, on fera figurer les traits de lecture sur le graphique de la feuille en annexe.

- ① Déterminer le nombre de malades au bout de cinq jours.
- ② Quelle est la variation en pourcentage du nombre de malades entre la fin du cinquième jour et celle du huitième jour ?
- ③ Au bout de combien de jours le nombre de malades est-il maximal ?
- ④ Sur quel intervalle de temps le nombre de malades est-il inférieur à 20 % de son maximum ?



Partie B

Le nombre de personnes malades en fonction du temps t , exprimé en jours, peut être modélisé par la fonction f , définie et dérivable sur $[0 ; 30]$, d'expression : $f(t) = -t^3 + 15t^2$.

- ❶ Calculer $f(5)$.
- ❷ Calculer $f'(t)$ où f' désigne la fonction dérivée de f .
- ❸ a) Calculer le nombre dérivé de f en 10. Interpréter graphiquement ce résultat.
b) Sur le graphique de la feuille annexe, tracer la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 10.
- ❹ a) Calculer $f'(5)$.
b) Déterminer une équation de T , tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 5, puis tracer T sur le graphique.
- ❺ a) Déterminer graphiquement la position de $\mathcal{C}$ par rapport à sa tangente T sur l'intervalle $[0 ; 15]$.
b) Comparer alors la vitesse de progression de la maladie avant le cinquième jour et après le cinquième jour.

Exercice 4 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $[0,5 ; 7]$ par $f(x) = 0,5x + 2,5 + \frac{2}{x}$.

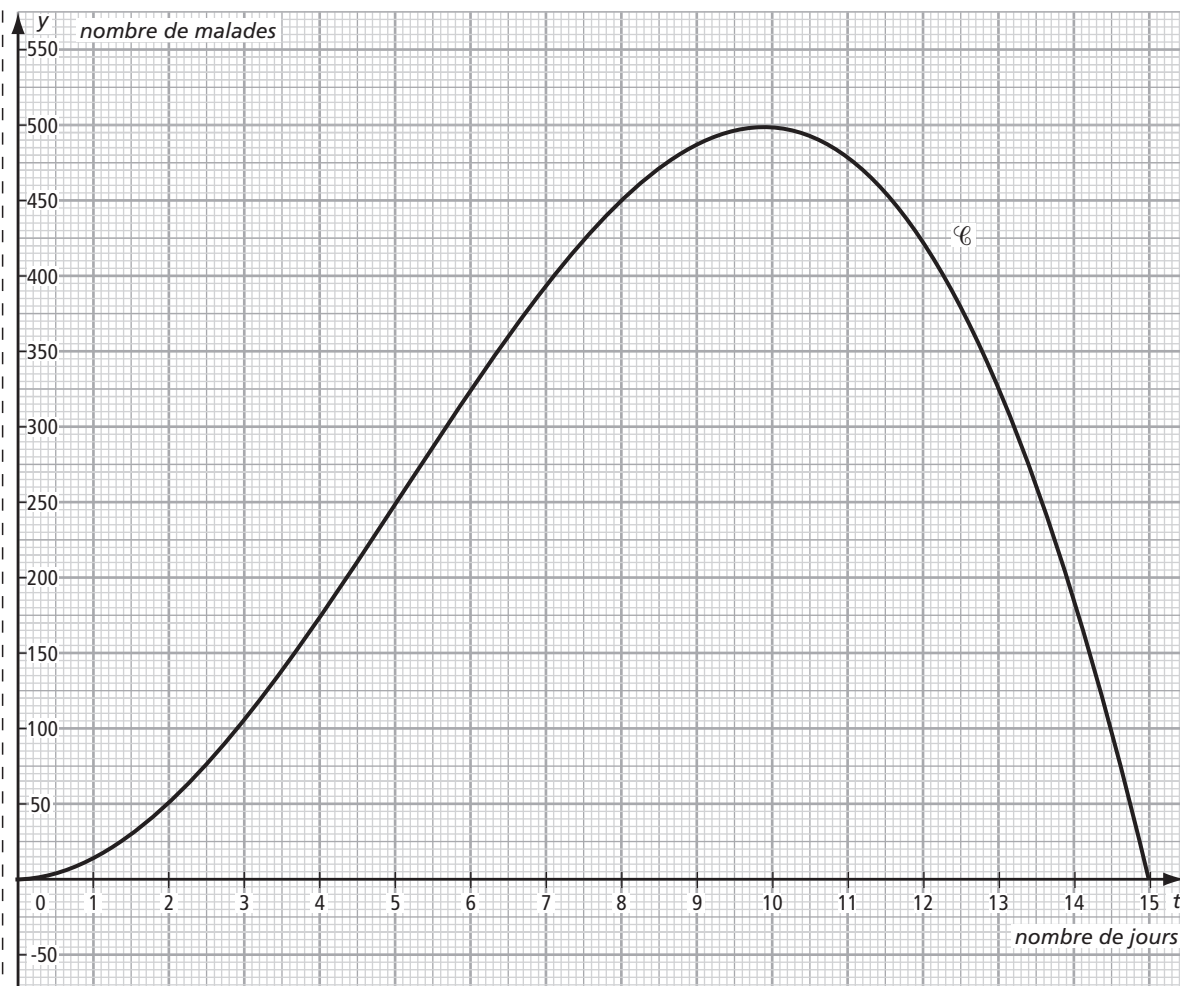
- ❶ Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant au centième.

x	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	5	6	7
$f(x)$											

- ❷ À l'aide de ce tableau, tracer dans un repère orthonormal d'unité 1 cm la courbe $\mathcal{C}$ de la fonction f .
- ❸ a) Placer le point A d'abscisse 1 de la courbe $\mathcal{C}$.
b) Calculer $f'(1)$, puis montrer que la tangente (d) à la courbe $\mathcal{C}$ en A a pour équation $y = -1,5x + 6,5$.
c) Tracer la tangente au point A.
- ❹ On note B le point de coordonnées $(2 ; f(2))$.
a) Trouver l'équation de la tangente (d') à la courbe $\mathcal{C}$ en B.
b) Placer le point B sur le graphique ainsi que la tangente au point B.

Feuille annexe à rendre avec le devoir

Exercice 3



N'oubliez pas de joindre la notice individuelle que vous trouverez dans ce livret, avec le 1^{er} devoir, pour le professeur correcteur.



Devoir 2

à envoyer à la correction

Pour nous adresser votre devoir :

- Privilégiez la forme numérique pour le réaliser : connectez-vous à votre site de formation ***www.cned.fr*** > ***espace inscrit*** et suivez nos conseils pratiques pour déposer votre devoir et le faire corriger par internet.

Nous vous encourageons à utiliser de préférence ce mode de transmission des devoirs.

- Pour utiliser la voie postale, vous devez avoir reçu un jeu d'étiquettes code à barres. Identifiez votre copie à l'aide de l'étiquette correspondant à la matière et au numéro de devoir.

Important

- La saisie informatisée des devoirs ne permet aucune erreur de code.
- Veuillez réaliser ce devoir après avoir étudié la **séquence 2**.

Exercice 1 (6 points)

On s'intéresse à la répartition de la population française de métropole et des DOM en fonction des diplômes, et en distinguant la population de métropole de celle des DOM (population de 15 à 59 ans ayant terminé ses études).

La répartition de toutes ces catégories est donnée par le tableau suivant, incomplet (les pourcentages étant donnés en rapport à la population totale) :

Diplôme Localisation	Sans diplôme	Inférieur au Bac	Baccalauréat	Bac + 2	Supérieur à Bac + 2	Total
Métropole			16,7 %			97,1 %
DOM		0,8 %	0,5 %			
Total	17,0 %	39,4 %		13,0 %		100 %

Source : Insee, estimations de population. RP, cumul 2004-2005-2006

On sait de plus que, dans la population sans diplôme, 92,9 % est dans la métropole, et que, dans les DOM, il y a autant de diplômés à Bac + 2 que de diplômés à diplôme supérieur à Bac + 2.

Les pourcentages sont arrondis à 0,1 % près.

- ❶ Déterminer la fréquence des personnes sans diplôme des DOM dans la population étudiée.
- ❷ Déterminer la fréquence des diplômés à Bac + 2 des DOM dans la population étudiée.
- ❸ Recopier et compléter le tableau ci-dessus, en expliquant les calculs.
- ❹ Quelle est la fréquence des diplômés de métropole à diplôme supérieur à Bac + 2, dans l'ensemble des diplômés à diplôme supérieur à Bac + 2 ?
- ❺ Quelle est la fréquence des diplômés de métropole à diplôme supérieur à Bac + 2, dans la population de métropole ?
- ❻ Quelle est la fréquence des diplômés de métropole à diplôme supérieur à Bac + 2, dans l'ensemble de la population étudiée ?

Exercice 2 (7 points)

En 1995, l'objectif défini par l'OMS pour la vaccination antirougeoleuse était pour l'Europe d'atteindre un taux de couverture de 95 %.

En France métropolitaine, les statistiques entre 1986 et 1993 donnaient :

Année	x	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993
Taux de couverture vaccinale (en %)	y	38,8	45,5	51,5	58,2	67,2	73,5	76,1	78,3

Source : Certificats de santé du 24^{ème} mois – PMI-SESI. Résultats partiels sur 81 départements.

- ❶ Représenter cette série statistique double par un nuage de points, en allant de 1986 à 1996 sur l'axe des abscisses (1 cm pour 1 an) et de 30 à 90 (1 cm pour 5 %) sur l'axe des ordonnées.
- ❷ Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage, et le placer sur le graphique précédent.
- ❸ Peut-on envisager un ajustement affine ? Si oui, tracer comme droite d'ajustement celle qui passe par les deux points extrêmes. Passe-t-elle par le point moyen ?
- ❹ À l'aide de cet ajustement, estimer graphiquement quel a pu être le taux de couverture vaccinale en France en 1994. En 1995. On fera figurer les traits de construction sur le graphique.
On sait maintenant que le taux de couverture vaccinale en France en 1994 était de 80,5 %.
- ❺ Rajouter sur le graphique le point correspondant à cette donnée.
- ❻ On prend comme nouvelle droite d'ajustement celle qui passe par les deux nouveaux points extrêmes (on ne la tracera pas).
Déterminer une équation de cette droite (on gardera des coefficients arrondis à 10^{-3} près).
- ❼ À l'aide de cette équation, estimer quel a pu être le taux de couverture vaccinale en France en 1995. Comparer avec le résultat trouvé à la question 4.

Exercice 3 (7 points)

Le tableau suivant donne la part du budget des ménages consacrée à l'achat d'ordinateurs, dans le budget consacré aux TIC (Technologies de l'Information et de la Communication), en France entre 1970 et 1994 :

Année	x	1970	1975	1980	1985	1990	1991	1994
Part du budget TIC consacrée aux ordinateurs (en %)	y	0,0	0,7	1,9	3,6	4,8	5,5	8,1

Source : Comptes Nationaux, base 2000, Insee

- Représenter cette série statistique double par un nuage de points, en allant de 1970 à 2000 sur l'axe des abscisses (1 cm pour 2 ans) et de 0 à 12 (1 cm pour 1 %) sur l'axe des ordonnées.
- Donner l'équation de la droite d'ajustement obtenue à l'aide d'une calculatrice, ou d'un tableur (on arrondira le coefficient directeur à 10^{-3} près et l'ordonnée à l'origine à 10^{-1} près).
Tracer cette droite sur le graphique précédent.
- À l'aide de l'équation de la droite, estimer quelle a pu être la part du budget TIC consacrée aux ordinateurs par les ménages en France en 1995.

On sait maintenant que cette part du budget TIC consacrée aux ordinateurs en 1995 était de 11,4 %.

On constate que la prévision précédente n'était pas bonne.

- Placer sur le graphique précédent le point correspondant à cette nouvelle donnée.

On constate alors que les points sont encore « moins alignés » qu'ils ne l'étaient auparavant, et semblent plutôt suivre une courbe en forme de parabole (voir fonction carré).

Pour obtenir un ajustement « parabolique » on va remplacer en abscisses les valeurs de x par celles de $(x - 1970)^2$ que l'on notera z .

- Recopier et compléter le tableau suivant :

Abscisses	z								$(1995 - 1970)^2 = 625$
Part du budget TIC consacrée aux ordinateurs (en %)	y	0,0	0,7	1,9	3,6	4,8	5,5	8,1	11,4

- Représenter cette série statistique double par un nuage de points (z en abscisse, y en ordonnée).
Vérifier qu'un ajustement affine est possible. Déterminer, à la calculatrice ou au tableur, l'équation d'une droite d'ajustement (on gardera des coefficients arrondis à 10^{-3} près).
En remplaçant dans cette équation z par $(x - 1970)^2$, déterminer une équation de la parabole ajustant le premier nuage de points.
- À l'aide de cette équation, estimer quelle a pu être la part du budget TIC consacrée aux ordinateurs par les ménages en France en 2000.

N'oubliez pas d'envoyer la notice individuelle si vous ne l'avez pas jointe avec le 1^{er} devoir.



D

Devoir 3

à envoyer à la correction

Pour nous adresser votre devoir :

- Privilégiez la forme numérique pour le réaliser : connectez-vous à votre site de formation ***www.cned.fr*** > ***espace inscrit*** et suivez nos conseils pratiques pour déposer votre devoir et le faire corriger par internet.

Nous vous encourageons à utiliser de préférence ce mode de transmission des devoirs.

- Pour utiliser la voie postale, vous devez avoir reçu un jeu d'étiquettes code à barres. Identifiez votre copie à l'aide de l'étiquette correspondant à la matière et au numéro de devoir.

Important

- La saisie informatisée des devoirs ne permet aucune erreur de code.
- Veuillez réaliser ce devoir après avoir étudié la **séquence 3**

Exercice 1 (4 points)

Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiple.

Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse correcte rapportera 0,5 points, chaque mauvaise réponse retirera 0,25 points.

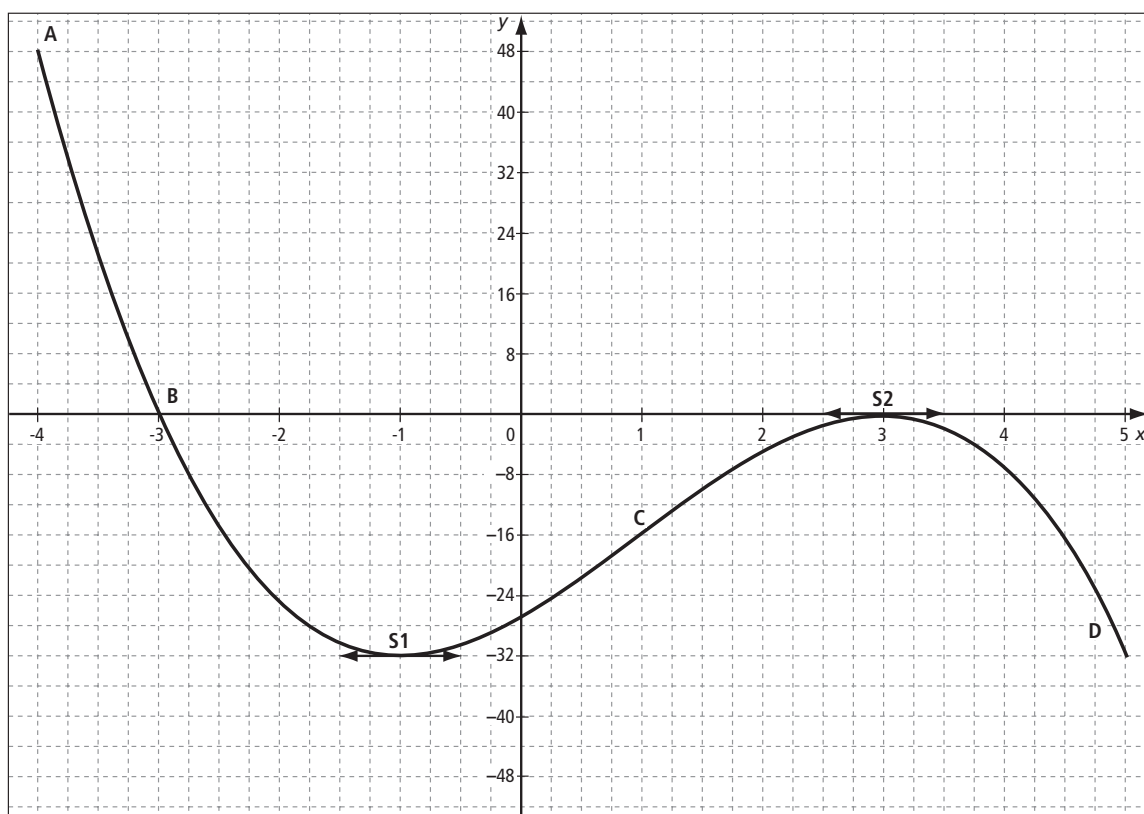
Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées (a, b ou c) est correcte.

Donner la bonne réponse sur la feuille annexe.

Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-4 ; 5]$, et C_f sa représentation graphique dans le repère orthogonal donné ci-dessous.

La courbe C_f passe par les points $A(-4 ; 49)$; $B(-3 ; 0)$; $C(1 ; -16)$ et $D(5 ; -32)$ ainsi que par les points $S_1(-1 ; -32)$ et $S_2(3 ; 0)$.





Questions	a	b	c
❶ $f(0) =$	-3 et 3	-27	0
❷ Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont :	-27	-3 et 3	Aucune
❸ Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -6$ est :	1	2	3
❹ $f'(-1) =$	-1	0	1
❺ $f(x)$ est strictement positif sur :	$[-4 ; -3[$	$[0 ; 3[$	$]3 ; 5]$
❻ La droite (BC) a pour équation :	$y = -4x + 12$	$y = 4x - 12$	$y = -4x - 12$
❼ Les solutions de l'équation $f'(x) = 0$ sont :	-1 et 3	-3 et 3	0
❽ Les solutions de l'inéquation $f'(x) \geq 0$ sont :	$[-4 ; -3]$	$[-1 ; 3]$	$[0 ; 5]$

Exercice 2 (4 points)

Partie A - Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 120]$ d'expression : $f(x) = \frac{10}{20+x}$.

Soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère donné.

On admet que la fonction dérivée de la fonction f sur $[0 ; 120]$ est définie par : $f'(x) = \frac{-10}{(20+x)^2}$.

- ❶ Après avoir déterminé le signe de $f'(x)$, dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 120]$.
- ❷ Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

Partie B - Application

On réalise des expériences dans lesquelles une quantité de 1 dm^3 de substrat se transforme en un produit, sous l'action d'une enzyme.

On admet que la vitesse d'apparition du produit en $\mu\text{mol.s}^{-1}$, en fonction de la concentration x , exprimée, en mmol, peut être modélisée par la fonction f définie à la partie A. Une représentation graphique de la fonction f est donnée sur la feuille annexe à rendre avec la copie.

- ❶ En laissant apparents les traits de construction, déterminer graphiquement la vitesse de réaction pour une concentration de 15 mmol.
- ❷ En laissant apparents les traits de construction, déterminer graphiquement pour quelle concentration la vitesse d'apparition du produit aura diminué de 60%.

Exercice 3 (7 points)

Première partie

Soit la fonction f définie sur $[0 ; 2]$ par : $f(x) = 2x^2 - 4x + 4$.

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2cm.

- ❶ Recopier et compléter le tableau suivant :

x	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
$f(x)$									

- ❷ On note f' la fonction dérivée de la fonction f .
 - a) Déterminer $f'(x)$.
 - b) Pour tout x de l'intervalle $[0 ; 2]$, donner le signe de $f'(x)$.
- ❸ Etablir le tableau de variations de la fonction f .
- ❹ Calculer le coefficient directeur de la tangente T à la courbe en son point K d'abscisse 0,5.
- ❺ Tracer la droite T et la courbe $\mathcal{C}$.



Deuxième partie

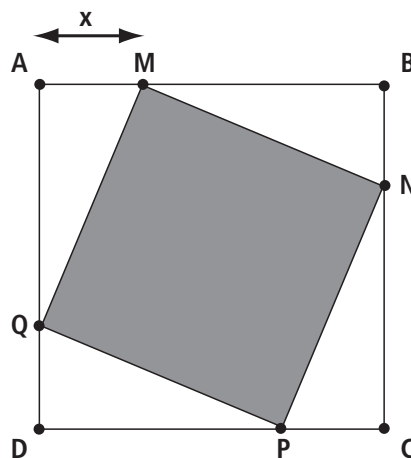
Soit ABCD un carré tel que $AB = 2$ cm. Le nombre x étant un nombre réel compris entre 0 et 2, on considère :

- le point M du segment [AB] tel que $AM = x$ (cm)
- le point N du segment [BC] tel que $BN = x$ (cm)
- le point P du segment [CD] tel que $CP = x$ (cm)
- le point Q du segment [DA] tel que $DQ = x$ (cm).

❶ Calculer en fonction de x , la mesure, en cm^2 , de l'aire du quadrilatère MNPQ.

❷ Montrer que l'aire du quadrilatère est minimale pour une valeur de x que l'on précisera.

Donner alors la distance MQ.



Exercice 4 (5 points)

Une entreprise fabrique et vend chaque jour un nombre x d'objets. Chaque objet est vendu 100 .

Partie A. Coût de production unitaire

Le coût de production unitaire $C_u(x)$ exprimant le coût de production par objet produit est :

$$C_u(x) = x - 10 + \frac{900}{x} \text{ pour } x \text{ dans } [10 ; 100].$$

❶ a) Montrer que $C'_u(x) = \frac{(x-30)(x+30)}{x^2}$.

b) Etudier le signe de $C'_u(x)$ sur $[10 ; 100]$ et en déduire le tableau de variation de la fonction C_u sur $[10 ; 100]$.

c) Déterminer pour quelle production le coût unitaire est le plus bas. Déterminer alors le bénéfice de l'entreprise.

Partie B

❶ Montrer que le bénéfice global de l'entreprise s'exprime par : $B(x) = -x^2 + 110x - 900$.

❷ Déterminer son sens de variation sur $[10 ; 100]$ et déterminer la production qui donne un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice ?

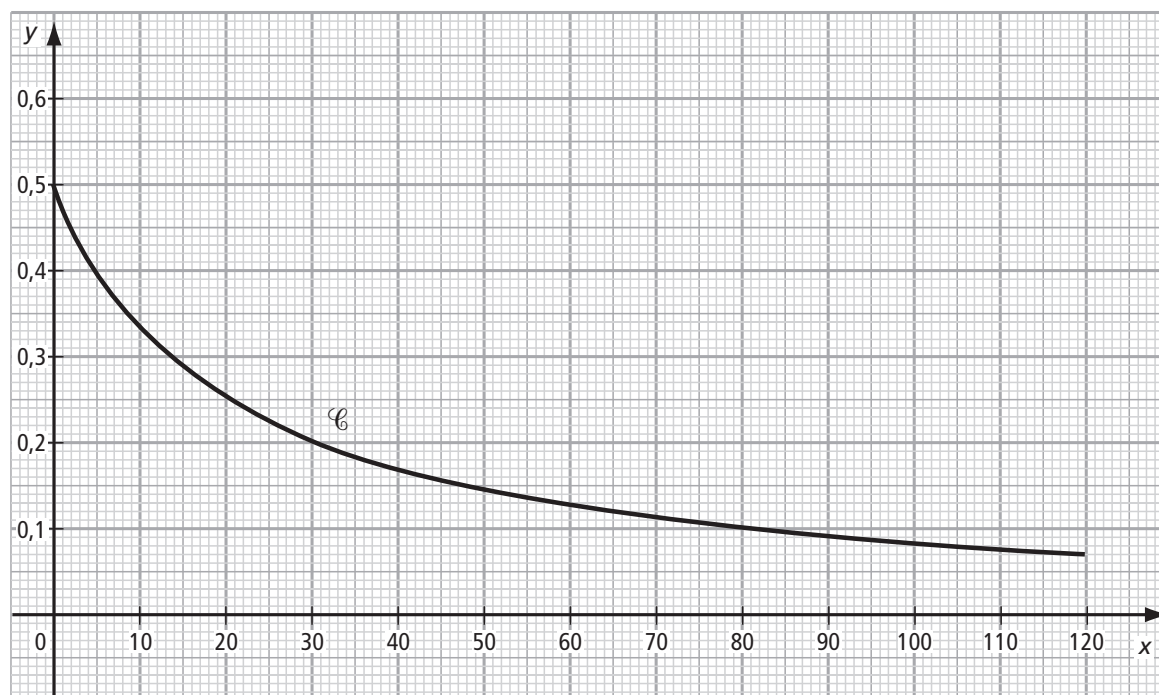
Feuille annexe à rendre avec le devoir

Exercice 1

Répondre à chacune des questions suivantes par : réponse **a**, ou réponse **b**, ou réponse **c**.

Questions	Réponses
1. $f(0) =$	
2. Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont :	
3. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -6$ est :	
4. $f'(-1) =$	
5. $f(x)$ est strictement positif sur :	
6. La droite (BC) a pour équation :	
7. Les solutions de l'équation $f'(x) = 0$ sont :	
8. Les solutions de l'inéquation $f'(x) \geq 0$ sont :	

Exercice 2



Devoir 4

à envoyer à la correction

Pour nous adresser votre devoir :

- Privilégiez la forme numérique pour le réaliser : connectez-vous à votre site de formation ***www.cned.fr*** > ***espace inscrit*** et suivez nos conseils pratiques pour déposer votre devoir et le faire corriger par internet.

Nous vous encourageons à utiliser de préférence ce mode de transmission des devoirs.

- Pour utiliser la voie postale, vous devez avoir reçu un jeu d'étiquettes code à barres. Identifiez votre copie à l'aide de l'étiquette correspondant à la matière et au numéro de devoir.

Important

- La saisie informatisée des devoirs ne permet aucune erreur de code.
- Veuillez réaliser ce devoir après avoir étudié la **séquence 4**

Exercice 1 (7 points)

Une association humanitaire propose à un pays en voie de développement un projet de campagne de vaccination en brousse.

Elle prévoit, chaque semaine, d'informer les populations des villages et de leur proposer la vaccination.

L'objectif est de commencer par vacciner 150 enfants la première semaine de 2010, et d'augmenter chaque semaine de 8 le nombre d'enfants vaccinés.

On appelle V_n le nombre d'enfants vaccinés dans la semaine numéro n .

- 1 Calculer V_1, V_2, V_3 et V_4 .
- 2 Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n . Quelle est la nature de la suite (V_n) ? Sa raison ?
- 3 Calculer le nombre d'enfants qui seraient vaccinés dans la 15^{ème} semaine.
- 4 Quelle semaine atteindrait-on ou dépasserait-on le nombre de 300 enfants vaccinés par semaine ?
- 5 Quel serait le nombre total d'enfants vaccinés de la 1^{ère} à la 30^{ème} semaine de 2010 ?

- 6 L'association souhaite vacciner 10 000 enfants en 2010.

Quelle semaine atteindra-t-elle cet objectif si son projet se réalise ? (on pourra utiliser la calculatrice ou le tableur, à condition de donner les résultats permettant de répondre à la question).

- 7 Le ministère de la santé du pays propose une montée en puissance de l'opération plus efficace en prévoyant une augmentation hebdomadaire de 4 % du nombre d'enfants vaccinés.

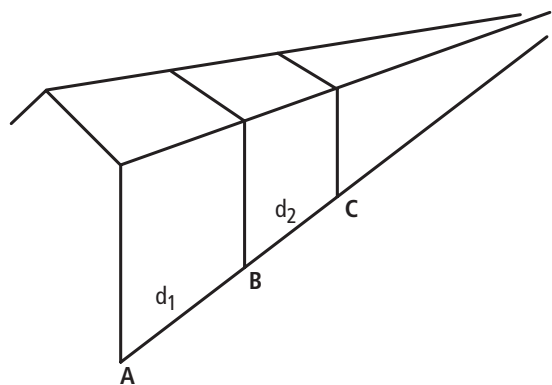
Quelle semaine l'association atteindrait-elle l'objectif de 10 000 enfants vaccinés dans ce cas ? (on pourra là aussi utiliser la calculatrice ou le tableur, à condition de donner les résultats permettant de répondre à la question).

Exercice 2 (5 points)

Un architecte urbaniste dessine une vue en perspective d'un projet de construction d'un nouveau quartier.

Les maisons, mitoyennes, ont toutes la même longueur de façade, mais l'effet de perspective fait qu'elles sont représentées par des figures de plus en plus petites (voir schéma ci-contre).

La longueur du segment correspondant au « pied » de la première maison, notée d_1 , est égale à 24,3 cm. La longueur d_2 du segment correspondant au « pied » de la deuxième maison est égale aux deux tiers de d_1 .



Ensuite, chaque segment « pied » de maison mesure les deux tiers du segment précédent.

On appelle d_n la longueur en centimètres du $n^{\text{ème}}$ segment (avec $d_1 = 24,3$).

- 1 Calculer d_2, d_3, d_4 .
- 2 Exprimer d_{n+1} en fonction de d_n . Quelle est la nature de la suite (d_n) ? Sa raison ?
- 3 Calculer la longueur du $10^{\text{ème}}$ segment (on donnera la valeur exacte et une valeur approchée à 10^{-2} près).
- 4 Quelle longueur totale aura le segment représentant les « pieds » des maisons, de la première à la $10^{\text{ème}}$ incluse ?
- 5 En utilisant un tableur, observez combien de maisons l'architecte aura représentées, lorsque cette longueur totale dépassera juste les 70 cm.

En utilisant un tableur, observez si cette longueur totale peut dépasser les 74 cm. Si oui, pour combien de maisons ?

Exercice 3 (4 points)

Un traitement médical nécessite l'injection d'une certaine quantité d'un produit actif. La posologie précise que le traitement doit s'étaler sur plusieurs jours, les doses journalières injectées diminuant de 1,5 mg chaque jour, jusqu'à obtention de la quantité totale du traitement.

- 1 Si l'on injecte 42 mg de produit actif le premier jour, combien injectera-t-on de produit actif le deuxième jour ? Le troisième jour ? Le vingtième jour ?
Combien de jours durera le traitement ?
Quelle quantité totale de produit actif comportera le traitement ?
- 2 Le nombre de jours du traitement est noté n , la dose injectée le dernier jour étant de 1,5 mg exactement. Exprimer, en fonction de n la dose de produit actif injectée le premier jour.
- 3 Dans les mêmes conditions, quelle dose de produit actif doit-on injecter le premier jour si l'on veut que la quantité totale de produit actif du traitement dépasse les 900 mg ? (on pourra utiliser la calculatrice ou le tableur, à condition de donner les résultats permettant de répondre à la question).

Exercice 4 (4 points)

Une étude économique montre qu'un quotidien perd chaque année 6 % de ses abonnés mais que 2 000 nouveaux lecteurs s'abonnent.

Le nombre d'abonnés A_0 en 2005 était de 50 000.

- 1 Calculer son nombre d'abonnés A_1 en 2006, A_2 en 2007, A_3 en 2008.
- 2 Exprimer le nombre d'abonnés A_{n+1} en fonction de A_n .
- 3 On utilise un tableur (tableau 1) pour calculer les nombres A_n .

Indiquer quelle formule il faut rentrer dans la cellule B3 du tableau 1 pour avoir les valeurs de A_n par « tirer vers le bas ».

- 4 On utilise un tableur (tableau 2) pour calculer les nombres A_n mais on veut pouvoir changer le pourcentage de diminution (cellule C1) et le nombre de nouveaux abonnés (cellule D1) sans changer la formule entrée.

Indiquer quelle formule il faut rentrer dans la cellule B3 du tableau 2 pour avoir les valeurs de A_n par « tirer vers le bas ».



	A	B
1	Année n°	Nb d'abonnés
2	0	50 000
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9		

Tableau 1

	A	B	C	D
1	Année n°	Nb d'abonnés	6,00%	2 000
2	0	50 000		
3	1			
4	2			
5	3			
6	4			
7	5			
8	6			
9				

Tableau 2



Devoir 5

à envoyer à la correction

Pour nous adresser votre devoir :

- Privilégiez la forme numérique pour le réaliser : connectez-vous à votre site de formation ***www.cned.fr*** > ***espace inscrit*** et suivez nos conseils pratiques pour déposer votre devoir et le faire corriger par internet.

Nous vous encourageons à utiliser de préférence ce mode de transmission des devoirs.

- Pour utiliser la voie postale, vous devez avoir reçu un jeu d'étiquettes code à barres. Identifiez votre copie à l'aide de l'étiquette correspondant à la matière et au numéro de devoir.

Important

- La saisie informatisée des devoirs ne permet aucune erreur de code.
- Veuillez réaliser ce devoir après avoir étudié la **séquence 5**

Exercice 1 (4 points)

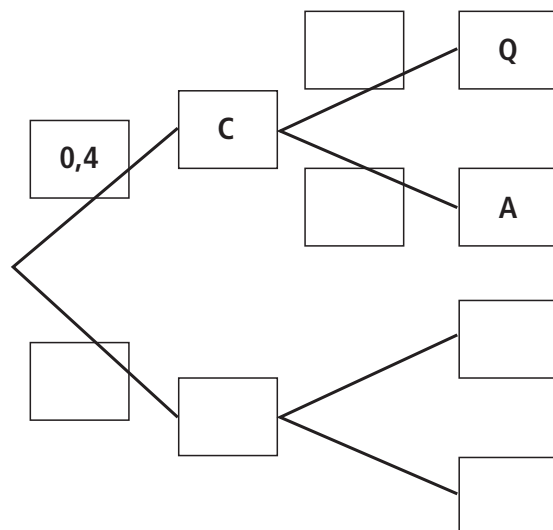
Les habitants d'un quartier d'une ville ont le choix, pour faire garder leur enfant en bas âge, entre la crèche du quartier, une crèche dans un autre quartier, une nourrice dans leur quartier, ou une nourrice dans un autre quartier.

Le nombre de places en crèche étant limité, la probabilité que les parents trouvent une place en crèche pour leur enfant est 0,4. Ceux qui ne trouvent pas de place en crèche trouvent tous une place chez une nourrice.

Parmi les enfants gardés en crèche, 30 % le sont dans leur quartier.

On sait aussi que 60 % des enfants gardés le sont dans leur quartier.

On tire au hasard le nom d'un jeune enfant gardé, et l'on regarde s'il est gardé en crèche ou chez une nourrice, et si c'est dans son quartier ou ailleurs.



On appelle C l'évènement « l'enfant est gardé en crèche »,
N l'évènement « l'enfant est gardé en nourrice »,
Q l'évènement « l'enfant est gardé dans son quartier »,
À l'évènement « l'enfant est gardé dans un autre quartier ».

❶ L'arbre pondéré ci-contre représente la situation.

Recopier-le et compléter les cases vides avec les données de l'énoncé et des calculs élémentaires.

❷ Calculer la probabilité de l'évènement : « l'enfant est gardé en crèche dans son quartier ».

En déduire la probabilité de l'évènement : « l'enfant est gardé en nourrice dans son quartier ».

❸ Calculer la probabilité que l'enfant soit gardé en nourrice sachant qu'il l'est dans son quartier.

Exercice 2 (10 points)

Partie A

Aline et Bernard qui ne se connaissent pas sont tous deux sollicités par téléphone pour faire un don à une œuvre caritative. La probabilité que Aline fasse un don est 0,2 et celle que Bernard en fasse un est 0,1, les deux évènements étant indépendants.

❶ Calculer la probabilité que Aline et Bernard fassent tous les deux un don.

❷ Construire un arbre probabiliste traduisant la situation.

❸ Calculer la probabilité que Aline seule fasse un don.

❹ Calculer la probabilité que l'un au moins des deux fasse un don.

❺ Calculer la probabilité que Aline fasse un don sachant que l'un au moins des deux en a fait un.

Partie B

André et Béatrice qui sont amis sont tous deux sollicités par téléphone pour faire un don à une œuvre caritative. André est sollicité le premier et la probabilité qu'il fasse un don est 0,2. S'il fait un don, la probabilité que Béatrice en fasse un est 0,4. S'il n'en fait pas, la probabilité que Béatrice en fasse un n'est que de 0,05.

❶ Calculer la probabilité que André et Béatrice fassent tous les deux un don.

❷ Construire un arbre probabiliste traduisant la situation.

❸ Calculer la probabilité que André seul fasse un don.

❹ Calculer la probabilité que l'un au moins des deux fasse un don.

❺ Calculer la probabilité que André fasse un don sachant que l'un au moins des deux en a fait un.

Exercice 3 (6 points)

Durant les deux mois d'été 2003, lors de la canicule, on a enregistré de nombreuses arrivées aux urgences des hôpitaux et des cliniques, mutualistes ou non, d'une grande ville.

L'état de certaines personnes a nécessité une hospitalisation ; pour d'autres, ce ne fut pas le cas.

Parmi les admis aux urgences, 40 % ont nécessité une hospitalisation, 30 % de ces cas d'hospitalisation ayant été observés dans les cliniques mutualistes.

De plus, les admis aux urgences dans des cliniques non mutualistes et qui n'ont pas nécessité d'hospitalisation représentent 20 % des admis aux urgences, et 44 % des admis aux urgences l'ont été dans les hôpitaux, la moitié nécessitant une hospitalisation.

Dans le fichier des urgences, on tire au hasard un dossier relatif à cette période.

- ❶ Calculer la probabilité que ce soit un admis dans une clinique mutualiste ayant nécessité une hospitalisation.
- ❷ Construire un arbre probabiliste traduisant la situation.
- ❸ Calculer la probabilité que ce soit un admis dans une clinique non mutualiste.
- ❹ Calculer la probabilité que ce soit un admis ayant nécessité une hospitalisation, sachant que c'est un admis dans une clinique non mutualiste.
- ❺ Les événements « c'est un admis dans une clinique mutualiste » et « il a nécessité une hospitalisation » sont-ils indépendants ?
- ❻ Les événements « c'est un admis dans un hôpital » et « il a nécessité une hospitalisation » sont-ils indépendants ?



Devoir 6

à envoyer à la correction

Pour nous adresser votre devoir :

- Privilégiez la forme numérique pour le réaliser : connectez-vous à votre site de formation ***www.cned.fr*** > ***espace inscrit*** et suivez nos conseils pratiques pour déposer votre devoir et le faire corriger par internet.

Nous vous encourageons à utiliser de préférence ce mode de transmission des devoirs.

- Pour utiliser la voie postale, vous devez avoir reçu un jeu d'étiquettes code à barres. Identifiez votre copie à l'aide de l'étiquette correspondant à la matière et au numéro de devoir.

Important

- La saisie informatisée des devoirs ne permet aucune erreur de code.
- Veuillez réaliser ce devoir après avoir étudié la **séquence 6**.

Exercice 1 (7 points)

On étudie le nombre de bactéries contenues dans un organisme à la suite d'une infection. Il est donné, en fonction du temps (exprimé en heures), par la fonction f définie par : $f(t) = 50000 \times (1,2)^t$ pour t compris entre 0 et 5.

Partie A

- ① Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant. On donnera les valeurs arrondies à la dizaine :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(t)$											

- ② Quel est le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 5]$. Justifier la réponse.
- ③ Tracer dans un repère la courbe représentative de la fonction f . On prendra comme unité 2 cm pour 1 heure en abscisses et 1 cm pour 5000 bactéries en ordonnées. On graduera l'axe des ordonnées à partir de 50000.

Partie B

À partir du graphique réalisé dans la partie A, répondre aux questions suivantes.

- ❶ Combien compte-t-on de bactéries au bout de 1 heure et 30 minutes ? Au bout de deux heures et 45 minutes ?
- ❷ Au bout de combien de temps le nombre de bactéries a-t-il augmenté de 10%, de 50% ?

Partie C

- ❶ Résoudre par le calcul
 - a) l'équation $f(t) = 55000$.
 - b) l'inéquation $f(t) > 75000$.
- ❷ Comparer avec les résultats de la partie B ❷.

Exercice 2 (6 points)

Dans un milieu de culture, une population bactérienne évolue en fonction du temps.

Au début de l'étude, il y a 1000 bactéries dans la culture.

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de bactéries en fonction du temps écoulé (en heures), depuis le début de l'expérience.

Nombre d'heures x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de bactéries y	2000	2600	4000	5200	10000	12600	26000	40000	64000	126000

- ❶ On remplace chacune de valeurs y par son logarithme décimal en posant : $z = \log(y)$.

a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous (les valeurs seront arrondies au dixième).

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$z = \log(y)$	3,3									5,1

b) Représenter à l'aide du tableau ci-dessus, le nuage de points de coordonnée $(x; z)$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques : 1 cm pour 1 heure en abscisses et 2 cm pour 1 unité en ordonnées.

c) À l'aide de la calculatrice, on obtient une équation de la droite de régression de z en x : $z = 0,2x + 3$.
Tracer cette droite sur le graphique.

Déterminer les deux nombres réels a et b tels que : $y = a \times b^x$ (le nombre b sera arrondi au centième).

- ❷ On suppose que le nombre de bactéries y en fonction de x , estimation supposée valable pendant 15 heures, est donné par la relation : $y = 1000 \times (1,58)^x$.

- a) Calculer le nombre de bactéries après 12 heures de culture.
- b) Déterminer une estimation du nombre d'heures nécessaires pour que la population de bactéries dépasse un million d'individus.

Exercice 3 (7 points)

Partie A

À l'instant $t = 0$ (t exprimé en heure), on injecte dans le sang par piqûre intraveineuse 2 mg d'un médicament. On suppose que le médicament se répartit instantanément dans le sang et qu'il est progressivement éliminé.

On considère que le corps élimine chaque heure 25% du médicament encore présent.

On note R_n la quantité en mg de médicament présente dans le sang à l'instant $t = n$, avec n entier.

- 1 Calculer R_1 et R_2 .
- 2 Exprimer R_{n+1} en fonction de R_n puis démontrer que (R_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- 3 Pour calculer chaque heure la quantité de médicament présente dans le sang, on utilise la feuille de tableur ci-contre.

Quelle formule peut-on rentrer dans la cellule B3 de façon à pouvoir la recopier vers le bas jusqu'à B14 ?

- 4 A l'aide de la feuille ci-dessus, déterminer au bout de combien de temps ne reste-t-il plus que 10% du médicament injecté?

C16			
	A	B	C
1	n	R_n	Lign
2	0	2	
3	1		
4	2		
5	3	0,844	
6	4	0,633	
7	5	0,475	
8	6	0,356	
9	7	0,267	
10	8	0,200	
11	9	0,150	
12	10	0,113	
13	11	0,084	
14	12	0,063	
15			
16			

Partie B

Pour avoir des résultats plus précis, on admet que le processus d'élimination peut être modélisé par la fonction Q définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $Q(t) = 2 \times (0,75)^t$.

t est exprimé en heures et $Q(t)$ est la quantité en mg de médicament présente dans le sang à l'instant t .

- 1 Sur la feuille annexe, on donne la représentation graphique de Q sur l'intervalle $[0 ; 12]$.

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes, en laissant apparents les traits de construction

- a) Au bout de 3 heures, quelle est la quantité de médicament présente dans le sang ?
- b) Au bout de combien de temps ne reste-t-il que 20% de la quantité initiale de médicament dans le sang ?

- 2 À l'aide de la calculatrice, remplir le tableau de valeurs ci-dessous à 10^{-3} près, puis donner une valeur arrondie par excès du temps au bout duquel il ne reste que 20% du médicament dans le sang (la réponse sera donnée en heures, minutes).

t	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9
$Q(t)$										

- 3 Retrouver le résultat précédent en résolvant par le calcul l'inéquation $Q(t) \leq 0,4$.

Annexe (à rendre avec la copie)

